

# Programa Geogebra en el aprendizaje de la matemática de estudiantes de ingeniería

## Geogebra Program in the learning of mathematics of engineering students

Esther Yanet Yanapa Zapana

<https://orcid.org/0000-0003-3901-0516>

[eyanapaz@ucvvirtual.edu.pe](mailto:eyanapaz@ucvvirtual.edu.pe)

Universidad César Vallejo. Lima – Perú.

Jannet Roxana Calachahuin Machaca

<https://orcid.org/0009-0007-6517-8642>

[jcalachahuinm@ucvvirtual.edu.pe](mailto:jcalachahuinm@ucvvirtual.edu.pe)

Universidad César Vallejo. Lima – Perú.



Recibido: 12/10/2024 Aceptado: 06/01/2025

2025. V5. N 4.

### Resumen

Este estudio investigó la eficacia del programa GeoGebra en el aprendizaje de la matemática en estudiantes de ingeniería. El objetivo principal fue determinar si el uso de GeoGebra como herramienta de apoyo en la enseñanza de conceptos matemáticos mejora el rendimiento académico y la comprensión conceptual de los estudiantes de ingeniería. Para ello, se implementó un diseño de investigación cuasi-experimental con dos grupos de estudiantes: uno que utilizó GeoGebra y el otro no lo hizo. Se aplicaron un pretest y un postest para medir el nivel de conocimiento matemático de ambos grupos. Los resultados mostraron que el grupo que utilizó GeoGebra obtuvo puntuaciones significativamente más altas en las pruebas postest, lo que sugiere una mejora en su rendimiento académico. Los alumnos que usaron GeoGebra demostraron una mayor comprensión conceptual de los temas matemáticos, evidenciando la utilidad de la herramienta para la visualización y la experimentación. Para ahondar en el tema, se realizó una investigación científica exhaustiva, que incluyó una revisión descriptiva y sistemática de estudios publicados en revistas indexadas desde 2019 hasta la fecha. La selección de estos estudios se llevó a cabo a través de plataformas de búsqueda de renombre, como Scopus, SciElo, Redalyc, ProQuest, Latindex, entre otras bases de datos reconocidas. En conclusión, el estudio concluye que el uso de

GeoGebra como software de apoyo en la enseñanza y aprendizaje de la matemática en estudiantes de ingeniería contribuye a mejorar su rendimiento académico y su comprensión conceptual.

**Palabras clave:** estrategia, geogebra, matemática

## Abstract

This study investigated the effectiveness of the GeoGebra program in the learning of mathematics in engineering students. The main objective was to determine whether the use of GeoGebra as a support tool in the teaching of mathematical concepts improves the academic performance and conceptual understanding of engineering students. For this purpose, a quasi-experimental research design was implemented with two groups of students: one that used GeoGebra and one that did not. A pretest and a posttest were applied to measure the level of mathematical knowledge of both groups. The results showed that the group that used GeoGebra obtained significantly higher scores on the posttest, suggesting an improvement in their academic performance. Students who used GeoGebra demonstrated a greater conceptual understanding of mathematical topics, evidencing the usefulness of the tool for visualization and experimentation. To delve deeper into the topic, comprehensive scientific research was conducted, which included a descriptive and systematic review of studies published in indexed journals from 2019 to date. The selection of these studies was carried out through renowned search platforms, such as Scopus, SciElo, Redalyc, ProQuest, Latindex, among other recognized databases. In conclusion, the study concludes that the use of GeoGebra as support software in the teaching and learning of mathematics in engineering students contributes to improve their academic performance and conceptual understanding.

**Keywords:** strategy, geogebra, mathematics

## Introducción

La pandemia de COVID-19 en 2020 obligó a una transformación significativa en el sistema educativo, impulsando la adopción de la enseñanza virtual en todos los niveles, incluida la educación superior. El Ministerio de Educación y la SUNEDU facultaron a las universidades a implementar la enseñanza asincrónica y sincrónica para exámenes y actividades académicas. Esta transición representó un desafío para los docentes, quienes tuvieron que adaptar sus estrategias de enseñanza a las ciencias básicas y las especializadas en un entorno virtual (Villamizar, 2020).

En este contexto, GeoGebra surgió como una herramienta digital de aprendizaje accesible y versátil, gracias a su capacidad para facilitar la visualización gráfica dinámica en dos y tres dimensiones (Alvarez et al., 2020). Sus herramientas permitieron a los estudiantes explorar conceptos clave en geometría, relaciones y funciones, así como otros más avanzados, como máximos y mínimos, optimización, derivadas e integrales. La enseñanza de las matemáticas en la ingeniería es esencial para la formación de profesionales altamente capacitados y competentes. Sin embargo, la complejidad de los conceptos matemáticos y la dificultad para representarlos de manera tangible a menudo dificultan el aprendizaje significativo de los estudiantes (Carvajal et al., 2022). En este escenario, la integración de herramientas tecnológicas como GeoGebra se presenta como una solución prometedora para superar estas barreras y facilitar la adquisición de conocimientos matemáticos.

Estudios previos han destacado la eficacia de GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en las diferentes modalidades de educación. Investigaciones realizadas por Cenas et al. (2021) han demostrado que el uso de GeoGebra mejora el aprendizaje de los alumnos. Sin embargo, la literatura aún presenta una brecha en la investigación específica sobre el impacto de GeoGebra en el aprendizaje de las matemáticas en alumnos de ingeniería.

En efecto, este estudio se enmarca en la teoría del aprendizaje constructivista, la cual establece que el aprendizaje es un proceso en el que los alumnos elaboran su propio saber mediante la interacción con el entorno digital (Reyes et al., 2020). GeoGebra, como herramienta de aprendizaje constructivista, permite a los alumnos explorar, experimentar y construir su propia comprensión de los conceptos matemáticos.

El objetivo de esta investigación fue determinar si el uso de GeoGebra como herramienta de apoyo en la enseñanza de las matemáticas en alumnos de ingeniería contribuye a mejorar su rendimiento académico y su comprensión conceptual. Para alcanzar este objetivo, se llevó a cabo un estudio cuasi-experimental con dos grupos de estudiantes: uno que utilizó GeoGebra como herramienta de aprendizaje y el otro no. Se evaluó el rendimiento académico de ambos grupos a través de pruebas previas y posteriores, así como la comprensión conceptual mediante cuestionarios.

Los hallazgos de este estudio de investigación aportan información valiosa sobre la eficacia de GeoGebra como herramienta de aprendizaje en el ámbito de las matemáticas para los alumnos de ingeniería (Vargas, 2021). Se espera que los resultados de este estudio contribuyan a la implementación de estrategias pedagógicas innovadoras que aprovechen las ventajas de las tecnologías digitales para mejorar la calidad en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la ingeniería.

La integración de GeoGebra en el aprendizaje de la matemática para alumnos de ingeniería se presenta como una solución innovadora en un contexto educativo en constante transformación. La necesidad de adaptar las estrategias de enseñanza a las nuevas realidades, como la incorporación de tecnologías digitales, es crucial para optimizar el proceso de aprendizaje en las ciencias básicas y especializadas (Albano y Dello, 2019).

El contexto actual está caracterizado por la creciente importancia de las herramientas digitales en la educación, especialmente en áreas como la matemática, donde la visualización y la experimentación son fundamentales para la comprensión conceptual. Según Manco et al. (2020), la transición hacia la educación virtual, impulsada por la pandemia de COVID-19, ha generado la necesidad de implementar herramientas como GeoGebra en el aula. La investigación se centró en un grupo específico de estudiantes que enfrentan desafíos particulares en su aprendizaje de la matemática, debido a la complejidad de los conceptos y la necesidad de aplicarlos a problemas prácticos propios de los estudiantes de ingeniería.

Por ende, es necesario destacar que la investigación se realizó en un momento en el que la educación superior estaba experimentando una transformación digital. Ocaña et al. (2020) señalan que el uso de herramientas como GeoGebra no solo facilita el aprendizaje de la matemática, sino que también permite a los alumnos desarrollar habilidades digitales para el logro profesional. El tema central que se abordó en este artículo fue el impacto del programa GeoGebra en el aprendizaje de la matemática en alumnos de ingeniería (Ortega y Sánchez, 2020).

El problema de estudio radicó en la falta de investigaciones específicas que analicen el impacto del programa GeoGebra en el aprendizaje de la matemática en estudiantes de ingeniería. Si bien existen estudios que demuestran la eficacia de GeoGebra en la enseñanza de la matemática en otros niveles educativos, se necesita mayor evidencia sobre su impacto específico en el aprendizaje de los alumnos de ingeniería, quienes enfrentan desafíos particulares en la ejecución de modelos matemáticos en su resolución. Este vacío en el conocimiento limita la implementación efectiva de GeoGebra como software en la enseñanza de la matemática en ingeniería.

La investigación sobre el impacto de GeoGebra en el aprendizaje de la matemática en alumnos de ingeniería es de suma importancia por varias razones. Busca determinar si el uso de esta herramienta digital puede contribuir a un mejor desempeño académico en matemática, lo cual es importante para el éxito de los alumnos de ingeniería (Septian et al., 2020). Los resultados de la investigación sirvieron como base para la implementación de estrategias pedagógicas innovadoras que aprovechen las ventajas de las tecnologías digitales para mejorar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la ingeniería.

Por otro lado, autores como Jean Piaget, Lev Vygotsky y Jerome Bruner, quienes han desarrollado teorías sobre el desarrollo cognitivo y el aprendizaje, coinciden en que la interconexión con el entorno es fundamental para la construcción del conocimiento.

El desarrollo del pensamiento matemático, según Osoreo (2020), implica la integración de conocimientos aritméticos y geométricos, lo que permite el análisis de la información, la estimulación de procesos de medición y la traducción al lenguaje algebraico. Este proceso facilita la transición del razonamiento intuitivo al deductivo, promoviendo la búsqueda y el uso de recursos para la representación de información. El autor complementa esta idea al enfatizar que el conocimiento de algoritmos, reglas, definiciones matemáticas y fórmulas solo adquiere relevancia cuando los estudiantes pueden aplicarlos de forma flexible para resolver problemas de la vida real.

La investigación se realizó en un contexto donde la educación superior enfrenta el desafío de vincular las tecnologías digitales con los procesos de enseñanza-aprendizaje. La evolución de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) ha transformado la forma en que se enseña y se aprende. En el contexto de la educación matemática, el uso de software como GeoGebra ha surgido como una herramienta prometedora para mejorar la calidad en el aprendizaje (Baye et al., 2021).

Con base en los antecedentes, se planteó la hipótesis: el uso del programa GeoGebra como herramienta de aprendizaje en matemática para estudiantes de ingeniería tiene un referente positivo en el rendimiento académico y la comprensión conceptual de la matemática.

El objetivo del estudio fue evaluar el impacto del programa GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje de la matemática en alumnos de ingeniería y determinar la influencia del uso de GeoGebra en el logro de los aprendizajes de competencias matemáticas en los alumnos de ingeniería.

## Metodología

Este estudio se basó en un enfoque cuantitativo de tipo cuasi-experimental para evaluar el impacto del programa GeoGebra en el aprendizaje de la matemática en estudiantes de ingeniería (Salas y Rueda, 2019). El objetivo fue explicar la relación causal entre el uso de GeoGebra y el rendimiento académico en matemática, así como la comprensión conceptual de los estudiantes de ingeniería.

Se utilizó un diseño cuasi-experimental, debido a que no se puede asignar aleatoriamente a los participantes a los grupos de control y experimental. Se aplicó una prueba previa a ambos grupos para medir su nivel de conocimiento inicial en matemática. Luego, el grupo experimental recibió instrucción con GeoGebra mientras que el grupo control recibió instrucción tradicional (Gallardo, 2017). Finalmente, se aplicó una prueba de salida a ambos grupos para evaluar su aprendizaje.

Según Weinhandl et al. (2020), se considera que la población de estudio son los alumnos de ingeniería. Se seleccionó una muestra representativa de alumnos de ingeniería de la universidad, dividida en dos grupos: el grupo experimental, que recibió instrucción con GeoGebra, y el grupo control, que recibió instrucción tradicional. Se utilizó un muestreo no probabilístico de tipo intencional, seleccionando estudiantes de diferentes cursos de ingeniería.

Las técnicas de recolección de datos fueron pruebas escritas estandarizadas para evaluar el conocimiento de los estudiantes en matemática y encuestas para recopilar información sobre su percepción del uso de GeoGebra y su impacto en su aprendizaje (Fernández y Bedoya, 2020).

Se garantizó el consentimiento informado de todos los participantes, la confidencialidad de la información recopilada y la beneficencia del estudio. Se incluirán estudiantes de ingeniería matriculados en la universidad y se excluirán aquellos que no estén dispuestos a participar en el estudio (Roa, 2015).

Con el objetivo de identificar las áreas donde los estudiantes podrían presentar dificultades, se les presentaron ejercicios específicos. Después de resolver los ejercicios, los estudiantes pudieron verificar sus respuestas utilizando GeoGebra, comparando sus resultados con las soluciones del programa. Este proceso de autoevaluación permitió a los estudiantes actualizar sus habilidades y fortalecer sus conocimientos, apoyándose en el material de repaso que se les proporcionó.

A continuación, se destaca el uso de conceptos matemáticos en problemas relacionados a la geometría, máximos y mínimos, derivada, optimización e integrales.

a. *Problema de la caja.* Para maximizar el volumen de la caja sin tapa que se construirá a partir de un cartón cuadrado de 10 cm de lado, debemos recortar cuadrados de las esquinas. Si llamamos "x" a la longitud del lado de cada cuadrado recortado, las dimensiones de la caja resultante serán: largo =  $10 - 2x$ , ancho =  $10 - 2x$  y alto =  $x$ . El volumen de la caja se expresa entonces como  $V(x) = x(10 - 2x)^2$ .

Para encontrar el valor de "x" que maximiza el volumen, derivamos la función  $V(x)$  y la igualamos a cero.

### Figura 1

*Problema de la caja.*

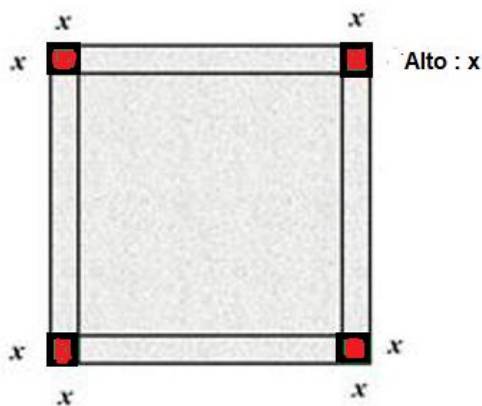


Figura 1

*Desarrollo analítico:*

Función volumen de la caja

$$v = (\text{Largo}) * (\text{Ancho}) * (\text{Altura})$$

$$v(x) = (10 - 2x) * (10 - 2x) * (x)$$

$$v(x) = 4x^3 - 40x^2 + 100x$$

Aplicando el segundo criterio de la derivada

$$(x)' = \frac{d}{dx}(4x^3 - 40x^2 + 100x)$$

$$12x^2 - 80x + 100 = 0$$

$$3x^2 - 20x + 25 = 0$$

$$(3x - 5)(x - 5) = 0 \rightarrow \{x_1 = \frac{5}{3}, x_2 = 5\}$$

$$v(x)'' = \frac{d}{dx}(v(x)')$$

$$v(x)'' = \frac{d}{dx}(12x^2 - 80x + 100)$$

$$v(x)'' = 24x - 80$$

Evaluando los puntos críticos:

$$\left(\frac{d^2v}{dx^2}\right)_{x_1=\frac{5}{3}} = 24\left(\frac{5}{3}\right) - 80 = -40 < 0, \text{ lo que indica que es un máximo}$$

$$\left(\frac{d^2v}{dx^2}\right)_{x_2=5} = 24(5) - 80 = 40 > 0, \text{ lo que indica que es un mínimo}$$

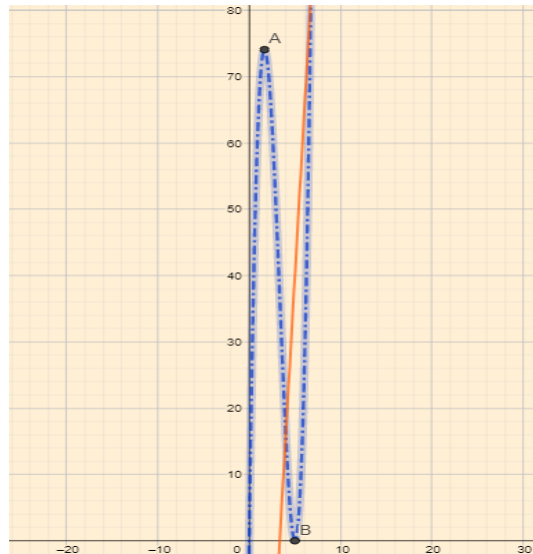
$$v(x) = 4x^3 - 40x^2 + 100x$$

$$v\left(\frac{5}{3}\right) = 74 \text{ cm}^3$$

$$v(5) = 0 \text{ cm}^3$$

**Figura 2**

Visualización gráfica



Interpretación: Para  $x = 5/3$  cm, el volumen de la caja alcanza su valor máximo. Esto significa que, si recortamos cuadrados de las esquinas de la cartulina con un lado de  $5/3$  cm, la caja resultante tendrá el mayor volumen posible. Cualquier otro valor de "x" resultará en una caja con menor volumen.

**b. Problema de optimización lineal: Cultivo de quinua y quiwicha.** Para maximizar su utilidad, el agricultor debe encontrar el equilibrio perfecto entre la siembra de quinua y quiwicha, teniendo en cuenta las limitaciones de tierra, mano de obra y capital. Cada área de quinua requiere 6 horas de trabajo y S/ 36 de inversión, mientras que la quiwicha necesita 2 horas y S/ 18. El agricultor dispone de 12 áreas de tierra, 48 horas de trabajo y S/ 360 de capital. La quinua genera una utilidad de S/ 40 por área y la quiwicha S/ 20. Los puntos de vértice de esta región representan las posibles combinaciones de siembra que cumplen con las restricciones. Se evalúa la función objetivo, que representa la utilidad total, en cada uno de estos puntos. El punto que genera la mayor utilidad es la solución óptima.

Sean:

x = El número de áreas de quinua

y = El número de áreas de quiwicha

Yanapa Zapana, E. Y. y Calachahuin Machaca, J. R. (2025). Programa Geogebra en el aprendizaje de la matemática de estudiantes de ingeniería. *Revista InveCom*, 5(4), 1-11. <https://zenodo.org/records/14693204>

**Tabla 1**  
Cuadro de doble entrada

Producto	N° de áreas	N° de horas de trabajo	Costo por área (S/)	Utilidad
Quinua	X	6x	36x	40x
Quiwicha	Y	2y	18y	20y
Total	12	48	360	40x + 20y

Luego, el problema de programación lineal sería el siguiente:

$$\text{Max } f(x, y) = 40x + 20y$$

s. a.

$$x + y \leq 12$$

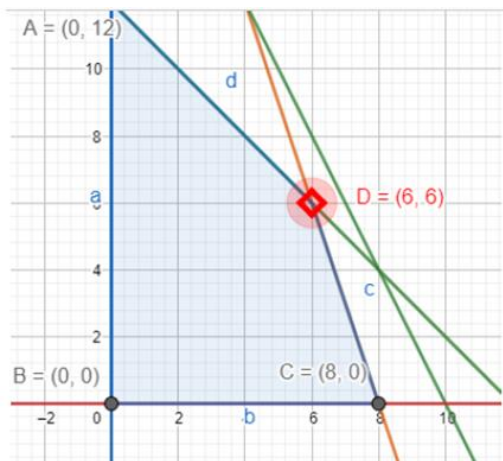
$$6x + 2y \leq 48$$

$$36x + 18y \leq 360$$

$$x \geq 0; y \geq 0$$

Calcular el máximo valor de la función objetivo.

**Figura 3**  
Visualización gráfica



Interpretación: Utilidad máxima en el punto D = (6,6)

$$\text{Max } f(6,6) = 40(6) + 20(6) = 3600$$

La interpretación correcta es que la utilidad máxima se alcanza en el punto D (6, 6), donde el agricultor siembra 6 áreas de quinua y 6 áreas de quiwicha. La utilidad máxima no es 3600, sino 408 soles. Este valor se obtiene al considerar la función objetivo completa, que incluye la utilidad de los cultivos y el capital no utilizado.

c. Analizar en la gráfica, la convexidad de los siguientes conjuntos

c.1)  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 6x - x^2 \geq y + 8\}$

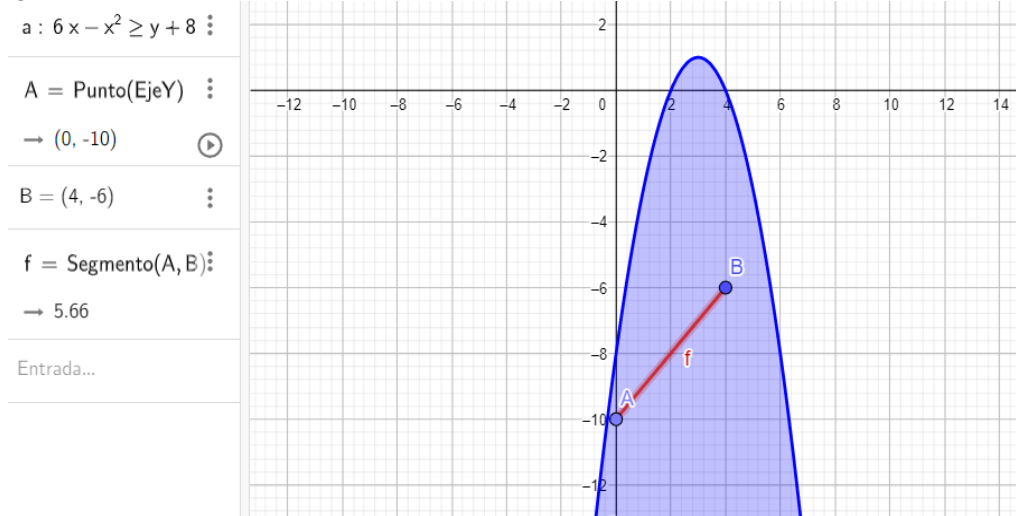
c.2)  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / |x^2 + y^2 - 10| \leq 6\}$

Solución:

c.1) Si cogemos dos puntos de cualquier parte dentro de la curva y al unir a través de un segmento, siempre estará en el interior, se señala que es convexa (Def. intuitiva). Para el caso a) se cumple, es convexa. Es correcto que si al unir dos puntos cualesquiera dentro de una curva, el segmento que los une también está completamente dentro de la curva, entonces la curva es convexa.

**Figura 4**

Visualización gráfica



Nota: conjunto convexo

d. *Problema Cálculo Integral – Volumen.* La determinación del volumen de curva generada por la función  $f(x) = 2$ , limitada por  $x = 1$  y  $x = 5$ , que gira alrededor del “Eje X”.

Imaginemos una línea horizontal a una altura de 2 unidades sobre el eje X. Esta línea representa la función  $f(x) = 2$ . Ahora, si giramos esta línea alrededor del eje X desde el punto  $x = 1$  hasta el punto  $x = 5$ , generamos un sólido tridimensional que se asemeja a un cilindro.

Para calcular el volumen de este sólido, podemos dividirlo en pequeños discos. Cada disco tiene un radio igual al valor de la función  $f(x)$  en ese punto, es decir, 2 unidades. El espesor de cada disco es un pequeño incremento en  $x$ , que podemos representar como “ $dx$ ”.

Desarrollo:

$$V = \pi * \int_{x_0}^{x_1} (f(x))^2 dx$$

Reemplazando los datos, tenemos:

$$\begin{aligned} V &= \pi * \int_1^5 (2)^2 dx \\ V &= \pi * (4 * 5 - 4 * 1) \\ V &= 16 * \pi \\ V &= 50.27 \end{aligned}$$

Desarrollo empleando GeoGebra:

$$f(x) = 2$$

$$g(x) = \text{Si } (1 \leq x \leq 5, f(x))$$

$$A = (1, g(1))$$

$$B = (2, g(2))$$

$$C = (3, g(3))$$

$$D = (4, g(4))$$

$$E = (5, g(5))$$

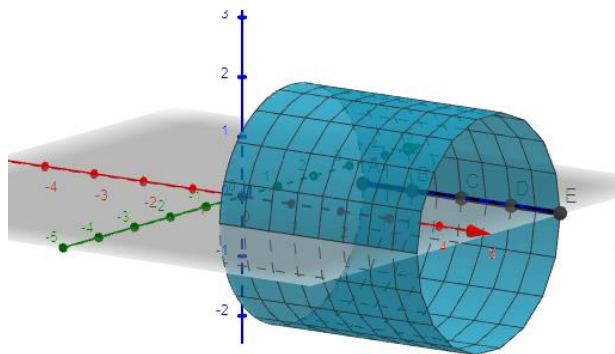
$$h = \text{Poligonal } (A, B, C, D, E)$$

$$\alpha = 359^\circ$$

$$\text{Superficie } (h, \alpha, \text{Eje X})$$

$$\text{Volumen} = \text{Pi} * \text{Integral}((g(x))^2, 1, 5)$$

**Figura 5**  
Visualización gráfica



Sólido de revolución generado por una curva  
 $Volumen = \pi \int ((g(x))^2, 1,5)$   
 $Volumen = 50,27 \text{ u}^3$

## Resultados y discusión

Los resultados del estudio sobre el uso de GeoGebra en la enseñanza aprendizaje de la matemática en alumnos de ingeniería son positivos, mostrando mejoras en el rendimiento académico y la comprensión conceptual (Huber et al., 2018). Diversos estudios han demostrado que la implementación y el uso de GeoGebra lograron mejoras en el rendimiento de los alumnos, especialmente en aquellos que presentan dificultades en geometría. Para medir la satisfacción, se empleó una encuesta cuyos resultados se presentan en la siguiente tabla.

**Tabla 2**

*Resultados de la encuesta de satisfacción aplicados a los alumnos universitarios*

N°	Item	Satisfacción	No satisfacción
01	El uso del software GeoGebra, te permite aprender de forma dinámica la matemática	90%	10%
02	EEI uso del software, te permite visualizar geoméricamente tus resultados	95%	5%
03	Tu desarrollo analítico de un problema y uso del software GeoGebra, te permite contrastar tus respuestas	100%	0%
04	En el desarrollo de la asignatura en su modalidad sincrónica, el uso del software GeoGebra es divertido y fácil de utilizar.	88,9%	11,1%

*Nota: aplicación de encuesta a estudiantes en Google Forms.*

El 95.975% de los estudiantes encuestados manifestaron satisfacción con el uso del software GeoGebra en el aprendizaje de la matemática. Los estudiantes utilizaron el software muy divertido, dinámico y práctico por su facilidad de uso. Esta experiencia se alinea con las investigaciones de estudios de autores como Ruíz et al. (2013), quienes destacan que GeoGebra permite a los profesores mejorar su desempeño en el aula y genera en los alumnos actitudes de "diversión" y "tensión" que los impulsan a buscar soluciones. Este ambiente de desafío y competencia promueve la práctica de los conocimientos teóricos adquiridos en clase.

Algunos estudios específicos, como el realizado con estudiantes de educación superior en Perú, demostraron que la intervención didáctica basada en el uso de GeoGebra mejoró significativamente el aprendizaje de la geometría, mostrando mejoras en las competencias. Una investigación con estudiantes de ingeniería civil en Perú evidenció un notable progreso en el aprendizaje del cálculo integral cuando se empleó GeoGebra en comparación con los métodos tradicionales (Carvajal et al., 2022).

Asimismo, diversos autores coinciden en que GeoGebra es una herramienta valiosa para optimizar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Por su parte, Villamizar (2020) menciona que GeoGebra motiva a los estudiantes a buscar resultados, fomentando la competitividad y la aplicación práctica de los conocimientos teóricos.

Por otro lado, Molinero y Chávez, (2019) destacan que el uso de GeoGebra motiva a los docentes a ampliar su conocimiento y dominio del software. En el contexto actual, con las restricciones de conectividad a Yanapa Zapana, E. Y. y Calachahuin Machaca, J. R. (2025). Programa Geogebra en el aprendizaje de la matemática de estudiantes de ingeniería. *Revista InveCom*, 5(4). 1-11. <https://zenodo.org/records/14693204>

internet, especialmente en zonas rurales y comunidades indígenas, el uso de herramientas digitales como GeoGebra se ha vuelto aún más crucial para la enseñanza de las matemáticas. Quijije y Jara (2022) afirman que la mediación tecnológica se adapta a las necesidades del contexto, permitiendo la construcción de nuevos paradigmas de aprendizaje para docentes y estudiantes.

Por otra parte, este estudio se apoyó en las teorías del aprendizaje, como el constructivismo, que plantea que el aprendizaje es un proceso activo donde los alumnos construyen su propio conocimiento a través de la interacción con el entorno. GeoGebra, al proporcionar un ambiente interactivo y visual, facilita la exploración, la experimentación y la construcción de la comprensión de los conceptos matemáticos (Rubio y Montiel, 2021). También se basa en la idea del aprendizaje significativo, donde el uso de GeoGebra conecta los conocimientos previos de los estudiantes con la nueva información, facilitando la construcción de una comprensión profunda y duradera.

También, se analizaron las implicaciones prácticas del estudio. Los resultados sugieren que el uso de GeoGebra puede mejorar el rendimiento académico de los estudiantes en matemática, especialmente en áreas como la geometría y el cálculo. Ya que GeoGebra permite desarrollar habilidades esenciales para los estudiantes de ingeniería, como la visualización espacial, la resolución de problemas, el razonamiento lógico y la comunicación matemática.

Asimismo, se destacó la novedad científica y las controversias que surgen del estudio. La investigación aporta evidencia sobre el impacto de GeoGebra en el aprendizaje de la matemática en alumnos de ingeniería, un área que ha sido menos explorada en comparación con otros niveles educativos (Rubio y Montiel, 2021). A pesar de los beneficios de GeoGebra, es importante considerar las posibles limitaciones, como la necesidad de acceso a tecnología y la posibilidad de que los estudiantes se vuelvan dependientes del software.

Por último, se exploran las teorías, las aplicaciones prácticas y la pertinencia del trabajo en relación a la línea de investigación. Se necesitan más estudios para comprender mejor el impacto de GeoGebra en diferentes contextos educativos y para explorar las mejores estrategias para integrar esta herramienta en la enseñanza. Para Solórzano y Gutiérrez, (2023) los resultados del estudio deben ser utilizados por los docentes para implementar estrategias de enseñanza que integren GeoGebra de forma efectiva, y para el diseño de currículos que incorporen el uso de GeoGebra como herramienta de aprendizaje.

Para analizar la discusión fue importante triangular los resultados obtenidos, desde una perspectiva de las teorías, y los resultados, corroborando las ideas expuestas por (Ventura et al., 2021). Estos autores postularon que la enseñanza asistida por GeoGebra puede fortalecer las habilidades de los estudiantes en el manejo del pensamiento crítico, lenguaje matemático, el desarrollo de procedimientos y la conceptualización (Zambrano y Rodríguez, 2023)

Asimismo, los resultados de este estudio de investigación coinciden con los hallazgos de Pulvermüller (2018) quien implementó un modelo de aprendizaje por descubrimiento asistido por GeoGebra para desarrollar la habilidad de resolución de problemas y la actitud hacia las matemáticas. Las conclusiones de este estudio concuerdan con los resultados de López et al. (2023) quienes realizaron un estudio comparativo sobre la enseñanza de las propiedades del círculo utilizando GeoGebra y métodos tradicionales. Los autores observaron que GeoGebra facilitó, aceleró y concretizó la enseñanza de la geometría euclidiana, permitiendo a los estudiantes de ingeniería visualizar las figuras de manera más tangible. Esto, a su vez, incrementó el interés y la participación de los alumnos a través de preguntas y debates.

La capacidad de GeoGebra para integrar representaciones semióticas analíticas y gráficas de forma dinámica y en tiempo real parece ser un factor clave en la mejora del desempeño del grupo experimental. Esta hipótesis coincide con los hallazgos de Tatar y Zengin (2016) quienes usaron GeoGebra para demostrar y enseñar funciones trigonométricas con una forma en las conexiones entre sus interpretaciones y representaciones. Ellos encontraron una diferencia sustancial en el rendimiento de los alumnos que utilizaron GeoGebra en comparación con el grupo de control.

## Conclusiones

La investigación sobre el impacto de GeoGebra en el aprendizaje de la matemática y las ciencias en estudiantes universitarios representa un paso significativo hacia la integración de la tecnología en la educación superior. El uso de GeoGebra facilita la visualización y comprensión de conceptos matemáticos complejos, lo que se traduce en una mejora significativa en el rendimiento académico de los estudiantes, especialmente en áreas como la geometría y el cálculo. Esta conclusión se sustenta en los resultados extraídos de las pruebas de rendimiento y las encuestas a los estudiantes de ingeniería, así como en la teoría constructivista del aprendizaje, la cual enfatiza la importancia de la interacción con el entorno para la construcción del conocimiento.

El programa Geogebra promueve un enfoque más activo y dinámico en el aprendizaje de la matemática, fomentando la participación, la experimentación y la resolución de problemas. Este enfoque, alineado con las teorías del aprendizaje significativo y por descubrimiento, permite a los estudiantes construir una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos y desarrollar habilidades esenciales para su futuro profesional.

Si bien los resultados del estudio son positivos, es necesario realizar investigaciones adicionales para explorar el impacto de GeoGebra en diferentes contextos educativos y para determinar las mejores estrategias para su implementación.

## Referencias

- Albano, G., y Dello Iacono, U. (2019). GeoGebra in e-learning environments: a possible integration in mathematics and beyond. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, 10(11), 4331–4343. <https://doi.org/10.1007/s12652-018-1111-x>
- Alvarez-Matute, J. F., Garcia-Herrera, D. G., Erazo-Álvarez, C. A., y Erazo-Álvarez, J. C. (2020). GeoGebra como estrategia de enseñanza de la Matemática. *EPISTEME KOINONIA*, 3(6), 211. <https://doi.org/10.35381/e.k.v3i6.827>
- Baye, M. G., Ayele, M. A., y Wondimuneh, T. E. (2021). Implementing GeoGebra integrated with multi-teaching approaches guided by the APOS theory to enhance students' conceptual understanding of limit in Ethiopian Universities. *Heliyon*, 7(5), e07012. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2021.e07012>
- Carvajal Morales, J. M., Carvajal Morales, D. M., Guaña Moya, J., y Mendoza Zambrano, K. A. (2022). La educación y los entornos virtuales de aprendizaje. *AlfaPublicaciones*, 4(1.2), 78–90. <https://doi.org/10.33262/ap.v4i1.2.186>
- Fernández Bedoya, V. H. (2020). Tipos de justificación en la investigación científica. *Espíritu Emprendedor TES*, 4(3), 65–76. <https://doi.org/10.33970/eetes.v4.n3.2020.207>
- Gallardo, E. (2017). *Metodología de la Investigación. Manual Autoformativo Interactivo I*. Ediciones Universidad Continental, 1, 98. <https://repositorio.continental.edu.pe/handle/20.500.12394/4278>
- Huber, G., Gürtler, L., y Gento Palacios, S. (2018). La aportación de la estadística exploratoria al análisis de datos cualitativos. *Perspectiva Educacional*, 57(1). <https://doi.org/10.4151/07189729-Vol.57-Iss.1-Art.611>
- López Rengifo, C. F., Chanca Pérez, E., y Esteban Rivera, E. R. (2023). Optimización de funciones con derivadas en aula invertida: estudio a través de múltiples estrategias didácticas. *Praxis Educativa*, 18, 1–17. <https://doi.org/10.5212/PraxEduc.v.18.21394.019>
- Manco-Chavez, J. A., Uribe-Hernandez, Y. C., Buendía-Aparcana, R., Vertiz-Osores, J. J., Isla Alcoser, S. D., y Rengifo-Lozano, R. A. (2020). Integration of ICTS and Digital Skills in Times of the Pandemic Covid-19. *International Journal of Higher Education*, 9(9), 11. <https://doi.org/10.5430/ijhe.v9n9p11>
- Molinero Bárcenas, M. del C., y Chávez Morales, U. (2019). Herramientas tecnológicas en el proceso de enseñanza-aprendizaje en estudiantes de educación superior. *RIDE Revista Iberoamericana Para La Investigación y El Desarrollo Educativo*, 10(19). <https://doi.org/10.23913/ride.v10i19.494>
- Ocaña-Fernández, Y., Valenzuela-Fernández, L., y Morillo-Flores, J. (2020). La competencia digital en el docente universitario. *Propósitos y Representaciones*, 8(1). <https://doi.org/10.20511/pyr2020.v8n1.455>
- Ortega-Sánchez, D., Gómez-Trigueros, I. M., Trestini, M., y Pérez-González, C. (2020). Self-Perception and Training Perceptions on Teacher Digital Competence (TDC) in Spanish and French University Students. *Multimodal Technologies and Interaction*, 4(4), 74. <https://doi.org/10.3390/mti4040074>
- Osores, J. J. V. (2020). Virtual university education in the context of the health emergency due to COVID-19: Challenges in the evaluation processes. *International Journal of Early Childhood Special Education*, 12(1), 467–477. <https://doi.org/10.9756/INT-JECSE/V12I1.201027>
- Peña Casa, M., Urure Tejada, L. G., y Dominguez Pillaca, D. (2023). Programa visualización gráfica con GeoGebra para estudiantes de ingeniería. *Revista de Climatología*, 23, 3922–3930. <https://doi.org/10.59427/rcli/2023/v23cs.3922-3930>
- Pulvermüller, F. (2018). Neural reuse of action perception circuits for language, concepts and communication. *Progress in Neurobiology*, 160, 1–44. <https://doi.org/10.1016/j.pneurobio.2017.07.001>
- Quijije Fernández, G. A., y Jara Alvarado, M. B. (2022). Estrategias para la autopreparación de la física mediante el asesoramiento virtual. *MQRInvestigar*, 6(4), 646–663. <https://doi.org/10.56048/MQR20225.6.4.2022.646-663>
- Reyes Tucto, G. D., Campana Concha, A. R., y Mori Villatiz, M. (2020). Geogebra para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Big Bang Faustiniiano*, 9(1). <https://doi.org/10.51431/bbf.v9i1.587>
- Roa, I. (2015). *Metodos Cuantitativos*. 1–52.

Yanapa Zapana, E. Y. y Calachahuin Machaca, J. R. (2025). Programa Geogebra en el aprendizaje de la matemática de estudiantes de ingeniería. *Revista InveCom*, 5(4), 1-11. <https://zenodo.org/records/14693204>

- Rosa, M., y Pinheiro, R. P. (2020). Cybereducation with Mathematics Teachers: Working with Virtual Reality in Mathematics Activities. In *Constitution and Production of Mathematics in the Cyberspace*, 123–140. Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-42242-4\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-030-42242-4_8)
- Rubio-Pizzorno, S., y Montiel Espinosa, G. (2021). Ambientes Virtuales de Aprendizaje construidos socialmente con Herramientas de Autor de GeoGebra. *Innovaciones Educativas*, 23(34), 213–227. <https://doi.org/10.22458/ie.v23i34.3432>
- Salas-Rueda, R.-A., y Salas-Rueda, R.-D. (2019). Uso de la ciencia de datos y el aprendizaje automático para analizar la aplicación GeoGebra en el proceso educativo. *Digital Education Review*, 36, 117–151. <https://doi.org/10.1344/der.2019.36.117-151>
- Septian, A., Inayah, S., Suwarman, R. F., y Nugraha, R. (2020). GeoGebra-Assisted Problem Based Learning to Improve Mathematical Problem Solving Ability. *Proceedings of the SEMANTIK Conference of Mathematics Education (SEMANTIK 2019)*. <https://doi.org/10.2991/assehr.k.200827.119>
- Solórzano-Zambrano, D. V., y Gutiérrez-Navia, E. V. (2023). Gamificación como estrategia didáctica para el aprendizaje de operaciones básicas con números enteros. *MQRInvestigar*, 7(3), 3950–3967. <https://doi.org/10.56048/MQR20225.7.3.2023.3950-3967>
- Tatar, E., y Zengin, Y. (2016). Conceptual Understanding of Definite Integral with GeoGebra. *Computers in the Schools*, 33(2), 120–132. <https://doi.org/10.1080/07380569.2016.1177480>
- Urure Tejada, L. G., Peña Casa, M., y Dominguez Pillaca, D. (2024). Programa Estining de R-Studio para estudiantes universitarios de Ingeniería. *Revista de Climatología*, 24, 953–961. <https://doi.org/10.59427/rcli/2024/v24cs.953-961>
- Vargas Rojas, W. (2021). La resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático. *Horizontes. Revista de Investigación En Ciencias de La Educación*, 5(17), 230–251. <https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v5i17.169>
- Ventura Janampa, M. A., Berrospi Feliciano, J., y Gamarra Astuhuaman, G. (2021). Medidas de dispersión a través del software Geogebra. *Horizontes. Revista de Investigación En Ciencias de La Educación*, 5(18), 405–415. <https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v5i18.183>
- Villamizar Araque, F. Y. (2020a). GeoGebra como herramienta mediadora de un fenómeno físico. *Revista Do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo. ISSN 2237-9657*, 9(1), 76–89. <https://doi.org/10.23925/2237-9657.2020.v9i1p76-89>
- Weinhandl, R., Lavicza, Z., Hohenwarter, M., y Schallert, S. (2020). Enhancing Flipped Mathematics Education by Utilising GeoGebra. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 8(1), 1. <https://doi.org/10.46328/ijemst.v8i1.832>
- Zambrano-Vera, M. L., y Rodríguez-Cedeño, F. V. (2023). GeoGebra como estrategia didáctica en la enseñanza de matrices. *MQRInvestigar*, 7(3), 2752–2767. <https://doi.org/10.56048/MQR20225.7.3.2023.2752-2767>